05.02.2017

שם התלמיד: _______________

יושב ליד: _______________

טור א'

מבחן 1 רבעון ג' (5 החדשה) – כיתה י' – 481+581

משך הבחינה: **120 דק'**. תוספת זמן: **150 דק'.**

עליכם לענות על **ארבע** שאלות בסך הכל, כאשר הניקוד לכל שאלה רשום על יד כל פרק.

חומר עזר מצורף: **דף נוסחאות.**

פרק א – בעיית תנועה

שאלה 1 (25%)

המרחק בין תל אביב לאשקלון הוא 70 ק"מ.

אהוד יצא מתל אביב לכיוון אשקלון בשעה 7:00.

הוא צעד שעתיים במהירות קבועה, עצר למנוחה של חצי שעה,

ואחריה המשיך במהירות קבועה הגבוהה ב 20% ממהירותו הקודמת.

תמר יצאה מאשקלון לכיוון תל אביב בשעה 9:30.

היא צעדה במהירות קבועה הגבוהה ב- 3 קמ"ש מן המהירות שצעד אהוד לפני המנוחה.

תמר ואהוד נפגשו בנקודה המרוחקת 30 ק"מ מתל אביב.

א. מה הייתה מהירותו של אהוד כשיצא מתל אביב (לפני המנוחה)?

ב. באיזו שעה נפגשו אהוד ותמר?

הצעה לפתרון:

	מהירות	זמן	דרך
אהוד	x	2	$2x$
	0	$\frac{1}{2}$	0
	$1.2x$	$\frac{30-2x}{1.2x}$	$30-2x$
תמר	$x+3$	$\frac{40}{x+3}$	40

נייצר משוואה לזמנים: $\frac{30-2x}{1.2x}+\frac{1}{2}+2=2\frac{1}{2}+\frac{40}{x+3}$. הפתרון המתאים: $x=3$. תשובה לסעיף א': מהירותו של אהוד כשיצא מתל אביב הייתה 3 קמ"ש.

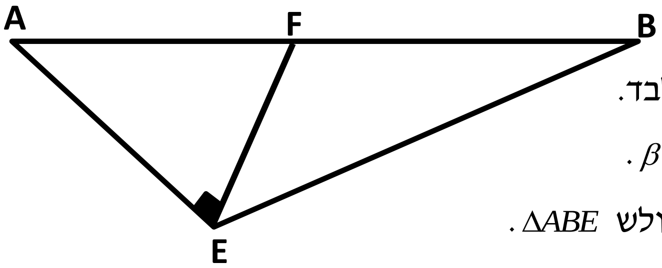
תמר צעדה 6 שעות ו: 40 דקות. ולכן התשובה לסעיף ב': תמר ואהוד נפגשו בשעה 16:10.

פרק ב – גיאומטריה וטריגונומטריה

שאלה 2 (25%)

נתון משולש ΔABE שבו: $FB = a$, $AF = 0.6a$, $\angle AFE = 62^0$, $\angle B = \beta$.

כמו כן נתון כי $AE \perp EF$.



א. הבע את אורך הקטע EF באמצעות a בלבד.

ב. הבע את אורך הקטע EB באמצעות a ו- β.

ג. אם ידוע כי $a =_{ס"מ} 5$, חשב את שטח המשולש ΔABE.

הצעה לפתרון:

נתונים: $FB = a$, $AF = 0.6a$, $\angle AFE = 62^0$, $\angle B = \beta$, $AE \perp EF$.

א. להביע את EF באמצעות a בלבד: נסתכל במשולש ישר הזווית ΔAEF:

מתקיימות בו הגדרות היסוד: $\cos \angle AFE = \frac{FE}{AF}$ $\Leftarrow$ $\cos(62^0) = \frac{FE}{0.6a}$ $\Leftarrow$

$FE = 0.6a \cdot \cos(62^0)$ $\Leftarrow$ $\boxed{FE = 0.2816a}$.

ב. להביע את EB באמצעות a ו- β: נסתכל ב ΔBEF, ראשית נחשב זוויות

$\angle BFE = 180^0 - 62^0 = 118^0$. משפט הסינוסים ב ΔBEF: $\frac{EF}{\sin \angle B} = \frac{BE}{\sin \angle BFE}$

נציב: $\frac{0.2816a}{\sin \beta} = \frac{BE}{\sin(118^0)}$ $\Leftarrow$ $BE = \frac{0.2816a \cdot \sin(118^0)}{\sin \beta}$ $\Leftarrow$ $\boxed{BE = \frac{0.2487a}{\sin \beta}}$

.

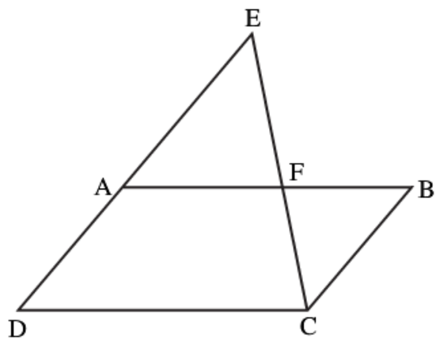
ג. נשתמש בנוסחת שטח משולש כללי עבור: $S_{\Delta ABE} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BE \cdot \sin \angle B$. נציב

ונבטא את שטח המשולש: $S_{\Delta ABE} = \frac{1}{2} \cdot (a + 0.6a) \cdot \frac{0.2487a}{\sin \beta} \cdot \sin \beta$, נשים לב כי

$(\sin \beta)$ מצטמצם ולכן השטח הוא: $S_{\Delta ABE} = \frac{1}{2} \cdot 1.6a \cdot 0.2487a = 0.1989a^2$,

נציב את הנתון $a =_{ס"מ} 5$ ונחשב את השטח: $S_{\Delta ABE} = 0.1989 \cdot 5^2 =_{סמ"ר} 4.9725$.

<u>שאלה 3 (25%)</u>



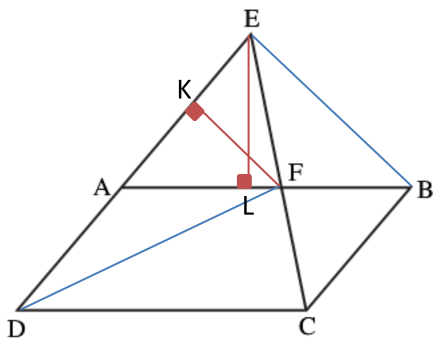
המרובע ABCD הוא מקבילית (ראה ציור).

א. הוכח: $\frac{AD}{AE}=\frac{BF}{FA}$.

ב. (1) הוכח: $\frac{AD}{AE}=\frac{S_{\Delta ADF}}{S_{\Delta AEF}}$

(2) היעזר בסעיף א' ובתת סעיף ב' (1),
והוכח: $S_{\Delta ADF}=S_{\Delta BEF}$.

הצעה לפתרון:



נתונים: $ABCD$ מקבילית.

צ"ל: א. $\frac{AD}{AE}=\frac{BF}{FA}$.

ב1. $\frac{AD}{AE}=\frac{S_{\Delta ADF}}{S_{\Delta AEF}}$.

ב2. $S_{\Delta ADF}=S_{\Delta BEF}$.

הוכחה:

1. $ABCD$ מקבילית (נתון).
2. $AD=BC$ (הצלעות הנגדיות במקבילית, שוות זו לזו).
3. $AD\|BC$ (הצלעות הנגדיות במקבילית, מקבילות זו לזו).
4. $AE\|BC$ (המשך של מקביל, מקביל גם הוא).
5. $\angle EAF=\angle B$ (זוויות מתחלפות שוות בין ישרים מקבילים, AB חותך).
6. $\angle EFA=\angle BFC$ (זוויות קדקודיות שוות זו לזו).
7. $\Delta EFA\sim\Delta CFB$ (משפט דמיון ז"ז).
8. $\frac{CB}{AE}=\frac{FB}{FA}=\frac{CF}{EF}$ (צלעות פרופורציונאליות מתאימות בין משולשים דומים).
9. $\frac{AD}{AE}=\frac{FB}{FA}$ (כלל המעבר, לפי 2+8). **מ.ש.ל. א'**
10. נוריד אנך $FK\perp ED$ (בניית עזר).
11. $\frac{AD}{AE}=\frac{\frac{AD\cdot FK}{2}}{\frac{AE\cdot FK}{2}}=\frac{S_{\Delta ADF}}{S_{\Delta AEF}}$ (נוסחת שטח משולש, וצמצום). **מ.ש.ל. ב'1**
12. נוריד אנך $EL\perp AB$ (בניית עזר).

13. $\frac{S_{\Delta BEF}}{S_{\Delta AEF}}=\frac{\frac{BF\cdot EL}{2}}{\frac{AF\cdot EL}{2}}=\frac{BF}{AF}$ (נוסחת שטח משולש, וצמצום).

14. $\frac{BF}{FA}=\frac{AD}{AE}$ (הוכחנו בסעיף א')

15. $\frac{S_{\Delta ADF}}{S_{\Delta AEF}}=\frac{AD}{AE}$ (הוכחנו בסעיף ב1)

16. $\frac{S_{\Delta BEF}}{S_{\Delta AEF}}=\frac{BF}{AF}=\frac{AD}{AE}=\frac{S_{\Delta ADF}}{S_{\Delta AEF}}$ (כלל המעבר, סעיפים 13+14+15)

נתמקד מסעיף 16 בשוויון $\frac{S_{\Delta BEF}}{S_{\Delta AEF}}=\frac{S_{\Delta ADF}}{S_{\Delta AEF}}$

17. $S_{\Delta ADF}=S_{\Delta BEF}$ (בשוויון, אם המכנים שווים, גם המונים שווים). **מ.ש.ל. ב'2**

פרק ג – חשבון דיפרנציאלי לפולינום

שאלה 4 (25%)

לפונקציה $f(x)=-\frac{x^3}{3}-x^2+mx+10$ יש נקודת קיצון ב- $x=1$.

א. מצא את m.
ב. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה, ושרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
ג. מצא בעזרת הגרף ששרטטת, כמה פתרונות יש למשוואה: $f(x)=13$?

הצעה לפתרון:

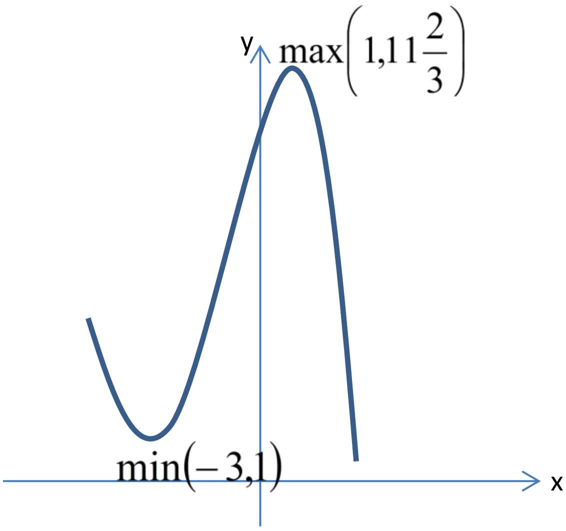
$f(x)=-\frac{x^3}{3}-x^2+mx+10$. נגזור: $f'(x)=-\frac{3x^2}{3}-2x+m=-x^2-2x+m$. נתון שיש קיצון, ולכן: $f'(1)=0$. נציב: $0=-(1)^2-2(1)+m$ $\Leftarrow$ $\boxed{3=m}$.

נקודות קיצון: $f'(x)=-x^2-2x+3$. נשווה לאפס: $0=-x^2-2x+3$ $\Leftarrow$ $x^2+2x-3=0$ $\Leftarrow$ $(x+3)(x-1)=0$ $\Leftarrow$ $x_1=-3,\quad x_2=1$. נבנה טבלה:

	$x=-4$	-3	$x=0$	1	$x=2$
	$x<-3$		$-3<x<1$		$x>1$
$f'(x)$	$-(-4)^2-2(-4)+3<0$	0	$-(0)^2-2(0)+3>0$	0	$-(2)^2-2(2)+3<0$
$f(x)$	↘	min	↗	max	↘

$f(1)=-\frac{(1)^3}{3}-(1)^2+3(1)+10=11\frac{2}{3}$. $f(-3)=-\frac{(-3)^3}{3}-(-3)^2+3(-3)+10=1$

ערכי הנקודות: $\max\left(1,11\frac{2}{3}\right)$, $\min(-3,1)$. נשרטט סקיצה רק על פי הקיצון, כי איננו יודעים לחשב את נקודת החיתוך עם ציר ה- x , אך אנו יודעים שהיא קיימת:



על מנת לענות על סעיף ג', נסתכל על גרף הפונקציה, ונראה כי לגרף הפונקציה ולישר $f(x)=13$ תהיה נקודת חיתוך אחת, ולכן למרות שלא נוכל לפתור את המשוואה $13=-\frac{x^3}{3}-x^2+3x+10$ באופן אלגברי, נוכל לדעת כי למשוואה יהיה פתרון יחיד.

ב ה צ ל ח ה !

נוסחאון מתמטיקה

<u>אלגברה:</u> $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$ $\qquad (a\pm b)^2=a^2\pm 2ab+b^2$

<u>משוואה ריבועית:</u> $(a\neq 0)\ ax^2+bx+c=0$; השורשים: $x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

<u>טריגונומטריה וגאומטריה</u>

<u>משפט הסינוסים</u>: $\frac{a}{\sin\alpha}=\frac{b}{\sin\beta}=\frac{c}{\sin\gamma}=2R$ (R – רדיוס המעגל החוסם)

<u>שטח משולש</u>: $S=\frac{1}{2}\cdot b\cdot c\cdot\sin\alpha$ (α היא הזווית הכלואה בין b ל- c)

<u>חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי:</u>

<u>נגזרות</u>:

$(x^t)'=tx^{t-1}$ (t ממשי)